

一种用于分析高速 VLSI 中频变互连线瞬态响应的精细积分算法

唐 , 马西奎

(西安交通大学电气学院, 陕西西安 710049)

摘 要: 本文利用精细积分法求解高速 VLSI 中频变参数互连线的瞬态响应. 首先, 从频域传输线方程出发, 利用反拉氏变换将其转化为含有卷积项的时域方程, 经过空间坐标离散后, 再采用精细积分法进行求解. 与以往的空间离散方法相比较, 提出采用电压和电流空间间隔取点的方法, 减小了截断误差. 在计算常微分方程组中的非齐次项时, 采用递归计算代替传统数值卷积大大提高了计算的效率. 该方法对于耦合传输线无须进行解耦, 在处理非均匀频变传输线时也非常方便. 数值实验结果表明, 该算法稳定性好, 计算精度高.

关键词: 频变; 精细积分法; 互连线; 瞬态响应

中图分类号: TN4051.97 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 05-0782-04

A Precise Integration Algorithm for Transient Simulation of Interconnects in High-Speed VLSI

TANG Min, MA Xi2kui

(School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shanxi 710049, China)

Abstract: The precise integration method is employed to analyze the transient response of frequency-dependent interconnects. This method starts from frequency-domain telegrapher's equations and the time-domain equations including convolutions are obtained by inverse Laplace transform. After the discretization with respect to the space coordinate (x), the spatial derivatives are eliminated and replaced by finite differences, and then, the precise integration method is used. The truncation error is efficiently decreased by interleaving the voltage and current nodes along the x -axis. This is in contrast to the classical methods where the samples of both voltages and currents are taken at the same points. In addition, traditional numerical convolution is replaced by recursion algorithm in the computation of inhomogeneous items in the ordinary differential equations, such that the computational efficiency rises greatly. This method needs not decouple the telegrapher's equations for multiconductor transmission lines, and is also suitable to nonuniform coupled transmission lines. Numerical examples are presented to demonstrate the accuracy and stability of the proposed method.

Key words: frequency-dependent; precise integration method; interconnects; transient response

1 引言

随着微电子集成工艺技术的提高和高速电子器件的发展, 互连线效应已经成为影响高速 VLSI 性能的重要因素, 对其进行电特性分析在整个高速集成电路系统的分析和设计中具有十分重要的意义. 当 VLSI 工作在很高的频率条件下, 强烈的趋肤效应导致互连线导体内的电流分布极不均匀, 使得其等效电路参数具有严重的频率特性. 具有频变参数互连线的瞬态响应分析是复杂的. 最常用的是逆傅立叶变换方法^[1], 运用这种方法必须特别谨慎地处理计算精度和计算效率之间的关系. 为了得到精确的时域结果, 频率采样点数必须相当大. 这样, 造成了计算效率降低和耗用计算机内存增加, 而且对信号时间跨度很大的情况下几乎不能求解. 近年来, 各种直

接时域方法和时频混合方法也都已扩展到频变参数互连线的瞬态响应分析之中. 例如, 卷积特征法^[2]利用特征模对传输线进行解耦, 再用特征法进行时域求解. 然而在去耦的过程中, 它难以解决同一矩阵方程中两个系数矩阵同时对角化的问题, 除非对传输线施加特殊限制, 但如此则显然缺乏一般性. 渐近波形估值法^[3]采用 Pade 逼近技术, 利用有限的若干匹配模式来求解传输线近似的瞬态响应, 具有效率较高的特点, 但是这一方法中模式匹配的模型难以保证其稳定性, 并且不易处理非均匀多导体传输线.

文献[4]和[5]的研究表明, 精细积分法是一种有效的暂态分析计算方法, 具有算法稳定、精度高等特点, 且可应用于互连线时域响应的求解. 本文将精细积分法与递归卷积计算相结合, 用以分析频变参数互连线的瞬态响应. 针对以往方

和

$$F = \left[\begin{matrix} \frac{1}{S} L^{-1} v_0(t) - L^{-1} D_0(t) \\ - L^{-1} D_1(t) \\ - L^{-1} D_{M-1}(t) + 0, \quad 0 - \frac{1}{S} C^{-1} i_M(t) \end{matrix} \right]^T$$

2.1.3 常微分方程的求解

从常微分方程组的理论知,式(13)的解可写为:

$$X(t) = \exp(H\#t) X(0) + \int_0^t \exp[H\#(t-F)] F(F) dF \quad (14)$$

现在,令时间步长为 S,则一系列等步长 S 的时刻为 $t_j = jS (j = 0, 1, 2, \dots)$ 。于是,当 $t = jS$ 时,则有

$$X^j = X(jS) = \exp(H\#jS) X^0 + \int_0^{jS} \exp[H\#(jS-F)] F(F) dF \quad (15)$$

其中,非齐次项 F 在 $t_j \leq t \leq t_{j+1}$ 时间范围内可以近似为一个常数: $F^j = F(jS)$ 。经推导,当 $t = t_{j+1} = t_j + S$ 时,

$$\begin{aligned} X^{j+1} &= \exp[HS] [X^j + H^{-1} F^j] - H^{-1} F^j \\ &= T [X^j + H^{-1} F^j] - H^{-1} F^j \end{aligned} \quad (16)$$

这里,矩阵 $T = \exp[HS]$ 采用精细算法求解,具体计算过程请参考有关文献^[4,5]。

2.1.4 非齐次项 F^j 的计算

由边界条件可知,在 $F^j = F(jS)$ 中,有

$$v_0(jS) = f_1 [i_0(jS), v_s(jS)] \quad (17)$$

和

$$i_M(jS) = f_2 [v_M(jS)] \quad (18)$$

这里, f_1 和 f_2 是表示传输线两端伏安关系的已知函数。

$D_k(jS)$ 的求解如下: ($k = 0, 1, \dots, M-1$)

$$\begin{aligned} D_k(jS) &= \frac{1}{\sqrt{P}} K \left[\int_0^{jS} \frac{1}{\sqrt{G^2(jS-G)}} i_k(jS-G) dG \right] \\ &\quad \mu \frac{1}{\sqrt{P}} K \int_{m=0}^{j-1} \frac{i_k(j-m)S - i_k(j-m-1)S}{S} \int_0^{(m+1)S} \frac{1}{\sqrt{G}} dG \\ &= \frac{1}{\sqrt{P}\sqrt{S}} K \int_{m=0}^{j-1} [i_k(j-m)S - i_k(j-m-1)S] \int_0^{m+1} \frac{1}{\sqrt{F}} dF \end{aligned} \quad (19)$$

用式(19)进行数值卷积时会发现,每次计算下一个时刻点的 D_k 值时,要求用到前面所有时刻点的 I_k 值,这对于数据的存储和计算都带来了很大的不便,效率较低。应用递归算法可以有效地解决这一问题^[7,8]。令

$$Z_0(m) = \int_0^{m+1} \frac{1}{\sqrt{F}} dF \int_{p=1}^n a_p e^{b_p m} \quad (20)$$

其中 a_p 和 b_p 是 Prony 展开式的系数^[9]。

将式(20)带入式(19),可得:

$$\begin{aligned} D_k(jS) &= \frac{1}{\sqrt{P}\sqrt{S}} K \int_{m=0}^{j-1} \{ [i_k(j-m)S - i_k(j-m-1)S] \int_{p=1}^n a_p e^{b_p m} \} \\ &= \frac{1}{\sqrt{P}\sqrt{S}} K [i_k(jS) - i_k(j-1)S] \int_{p=1}^n a_p \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{P}\sqrt{S}} K \int_{m=1}^{j-1} \{ [i_k(j-m)S - i_k(j-m-1)S] \int_{p=1}^n a_p e^{b_p m} \} \\ &= \frac{1}{\sqrt{P}\sqrt{S}} K [i_k(jS) - i_k(j-1)S] Z_0(0) + \frac{1}{\sqrt{P}\sqrt{S}} K \int_{p=1}^n \Psi_p \end{aligned} \quad (21)$$

其中,

$$\Psi_p = a_p e^{b_p} [i_k(j-1)S - i_k(j-2)S] + e^{b_p} \Psi_p^{-1} \quad (22)$$

由式(21)和式(22)可知,使用递归方法计算卷积后, D_k 的计算只需最近 2 个时刻点 I_k 的值,而 Ψ_p 是由递归关系求得的。这样,有效地提高了计算的效率,节省了数据存储空间。

3 算例

例 1 首先分析一个单根传输线系统,如图 2 所示。传输线的参数为: $L = 309\text{nH/m}$, $C = 144\text{pF/m}$, $G = 905\text{nS/m}$, $R = 81248/\text{m}$, $K = 0.0028 \sqrt{\text{S/m}}$ 。输入脉冲 $e(t)$ 的上升/下降沿均为 0.5ns ,最高电平 1V 持续时间 5ns 。传输线终端的瞬态响应如图 3 所示。为了提高计算的效率,应该增大时间步长,从图 3(a)中可以看出,由于该算法稳定性好,增大时间步长 S 的改变对计算结果的影响并不明显,仍然可以保持较高的精度。但在 FDTD 方法中,由于空间和时间的步长受到 Courant 条件的限制,当时间步长增大到一定的值时,计算结果将会出现发散,如图 3(b)所示。

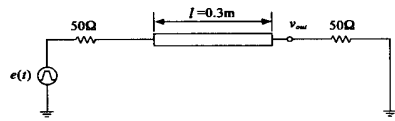


图 2 单根均匀传输线系统

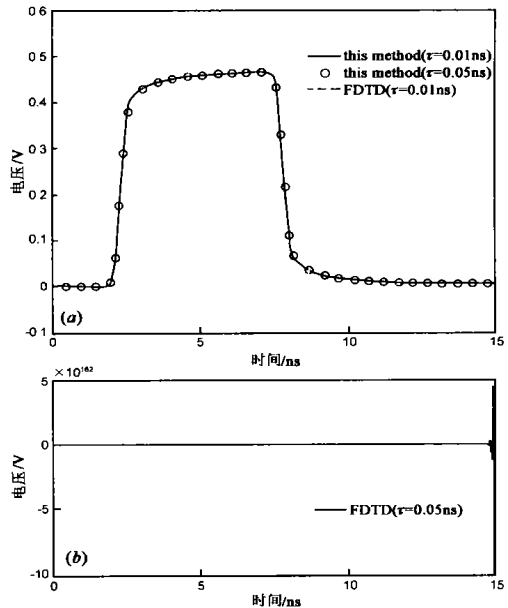


图 3 传输线终端瞬态电压响应波形(取空间步长 $S_x = 0.006\text{m}$)

例 2 图 4 为一个非均匀频变传输线系统,它的分布参数如下:

$$\begin{aligned} L(x) &= 387 / (1 + k(x)) \text{ nH/m} \quad L_m(x) = k(x) \# L(x) \\ C(x) &= 1041 / (1 - k(x)) \text{ pF/m} \quad C_m(x) = -k(x) \# C(x) \\ k(x) &= 0.125 (1 + 0.16 \sin(Px + P/4)) \end{aligned}$$

$$R(x) = 1128/\text{m}, R_m(x) = 0, G(x) = G_m(x) = 0$$

其中, $L(x)$ 、 $C(x)$ 、 $R(x)$ 和 $G(x)$ 分别为传输线的自感、自容、自阻和自导; $L_m(x)$ 、 $C_m(x)$ 、 $R_m(x)$ 和 $G_m(x)$ 分别为互感、互

容、互阻和互导. $K = \begin{bmatrix} 0.1000667 & 0 \\ 0 & 0.1000667 \end{bmatrix} 8 \sqrt{s/m}$. 输入脉冲 $e(t)$ 的上升/下降沿均为 1ns, 最高电平 1V 持续时间 3ns.

激励线与耦合线两端的时域响应如图 5 所示. 可以看出, 在时间步长较小的情况下, 本文方法与 FDTD 方法的计算结果是一致的, 它们的计算精度相当. 然而, 当增大时间步长时 (例如, S 由 0.01ns 增大为 0.04ns), FDTD 的计算结果是发散的 (与图 3(b) 相似). 但是, S 值的改变对精细积分法的计算结果没有明显的影响, 它仍然是稳定的.

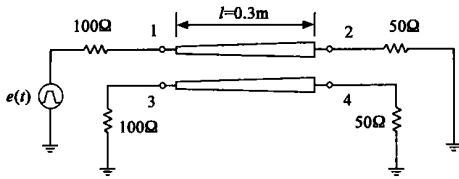


图 4 非均匀传输线系统

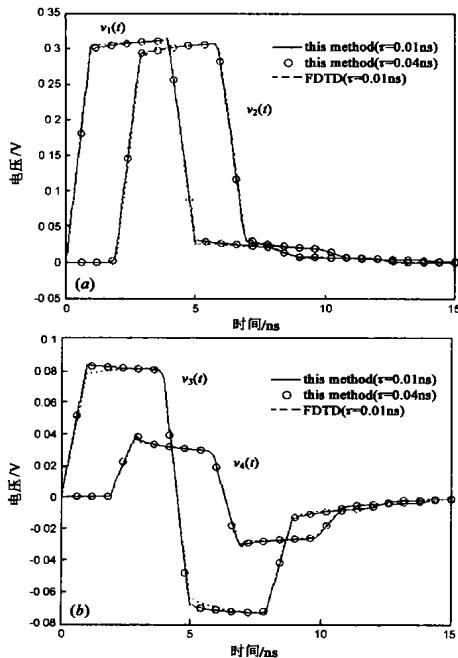


图 5 非均匀传输线系统的瞬态电压响应波形 (取空间步长 $S_x = 0.006m$) (a) 激励线两端点的瞬态电压响应波形; (b) 耦合线两端点的瞬态电压响应波形

4 结论

本文提出了用精细积分法来求解频变参数互连线的瞬态响应. 该方法可以直接分析任意耦合线, 在分析过程中无须对电报方程进行解耦. 由于模型建立在空间坐标离散的基础上, 所以该方法不必进行任何特殊处理即可很容易地用于非均匀

传输线的分析. 采用电压和电流空间间隔取点的方法, 可以有效减小在空间坐标离散化的过程中所产生的截断误差. 把时域电报方程化为常微分方程后, 采用递归的方法对卷积项进行计算, 能够大大提高计算效率. 数值实验结果表明, 与 FDTD 方法相比较, 该算法稳定性好, 在增大时间步长的情况下仍然可以保持较高的精度.

参考文献:

- [1] A R Djordjevic, T K Sarkar. Analysis of time response of lossy multiconductor transmission line networks [J]. IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, 1987, 35(10): 898- 908.
- [2] J F Mao, Z F Li. Analysis of the time response of transmission lines with frequency dependent losses by the method of convolution characteristic [J]. IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, 1992, 40(4): 637- 644.
- [3] T K Tang, M S Nakhla. Analysis of high speed VLSI interconnects using the asymptotic waveform evaluation technique [J]. IEEE Trans. Computer Aided Design, 1992, 11(3): 341- 352.
- [4] 钟万勰. 暂态历程的精细计算方法 [J]. 计算结构力学及其应用, 1995, 12(1): 1- 6.
- [5] 赵进全, 马西奎, 邱关源. 有损传输线时域响应分析的精细积分法 [J]. 微电子学, 1997, 27(3): 180- 185.
- [6] N S Nahman, D R Holt. Transient analysis of coaxial cables using the skin effect approximation $A + B\sqrt{s}$ [J]. IEEE Trans. Circuit Theory, 1972, 19(5): 443- 451.
- [7] J A Roden, C R Paul, W T Smith, et al. Finite Difference Time Domain Analysis of Lossy Transmission Lines [J]. IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility, 1996, 38(1): 15- 24.
- [8] J H Beggs, R J Luebbers, K S Yee, et al. Finite difference time domain Implementation of surface impedance boundary conditions [J]. IEEE Trans. Antennas Propagation, 1992, 40(1): 49- 56.
- [9] F B Hildebrand. Introduction to numerical analysis [M]. New York: McGraw-Hill, 1974. 457- 462.

作者简介:



唐 男, 1980 年生于江西, 2001 年毕业于西北工业大学, 现为西安交通大学硕士研究生, 研究方向为高速微波集成电路中互连线的时域响应分析.

马西奎 男, 1958 年生于陕西省大荔县, 教授, 博士生导师, 研究方向包括电磁场理论及其数值分析, 高速微波集成电路分析与设计, 电子电路与系统中的 EMI/ EMC 等.